# 1. Potencias en sistemas trifásicos equilibrados: activa, reactiva, aparente, compleja e instantánea

La ***potencia activa*** de un sistema trifásico es la suma de las potencias activas de los sistemas monofásicos que lo componen. Si se supone equilibrado, la potencia activa buscada es tres veces la de uno de sus sistemas monofásicos.

En la conexión en estrella, figura 8.1, la potencia activa total del sistema (generación o recepción) será:

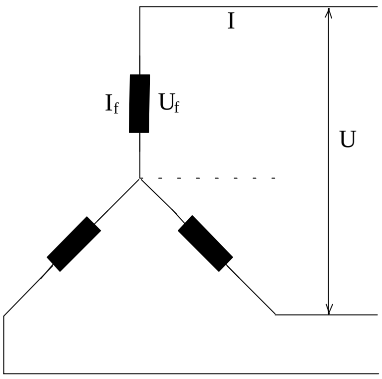


Fig. 8.1

$$P = 3U_f I_f \cos\varphi$$

pero como $U = \sqrt{3}U_f$ $\qquad I = I_f$

nos quedará $\boxed{P = \sqrt{3}UI\cos\varphi}$

Análogamente, la ***potencia reactiva***

$$Q = 3U_f I_f \operatorname{sen}\varphi$$

con las mismas relaciones entre tensiones e intensidades compuestas y simples, nos quedará:

$$\boxed{Q = \sqrt{3}UI\operatorname{sen}\varphi}$$

En la conexión en triángulo, figura 8.2, la potencia activa total del sistema (generación o recepción) será:

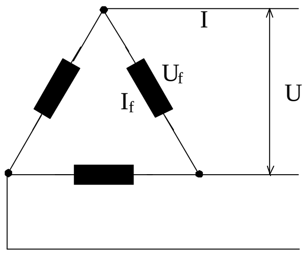


Fig. 8.2

$$P = 3U_f I_f \cos\varphi$$

pero como $U = U_f$ $\qquad I = \sqrt{3}I_f$

nos quedará $P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$

Igualmente, la potencia reactiva

$$Q = 3U_f I_f \operatorname{sen}\varphi$$

teniendo las mismas relaciones entre las tensiones e intensidades compuestas y simples, obtendremos:

$$Q = \sqrt{3}UI\operatorname{sen}\varphi$$

Hay que tener en cuenta que el ángulo $\varphi$ es el que forman los vectores $\overline{U}_f$ e $\overline{I}_f$ correspondientes a una misma fase y nunca el que forman la tensión compuesta $\overline{U}$ con la intensidad de línea $\overline{I}$. Por lo tanto, $\cos\varphi$ es el factor de potencia de cada sistema monofásico o fase.

Se define la ***potencia aparente***, al ser el sistema equilibrado:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

y teniendo en cuenta los valores de las potencias activa y reactiva, en función de las tensiones e intensidades simples:

$$S = \sqrt{9U_f^2 I_f^2 \cos^2\varphi + 9U_f^2 I_f^2 \operatorname{sen}^2\varphi} = 3U_f I_f$$

que para cualquier conexión (estrella o triángulo), será:

$$\boxed{S = \sqrt{3}UI}$$

De igual manera, podemos definir la ***potencia compleja*** con la siguiente expresión:

$$\boxed{\overline{S} = P + jQ}$$

con lo que nos resulta la potencia activa como la parte real de la potencia aparente, correspondiendo a su parte imaginaria la potencia reactiva.

La ***potencia instantánea***, suministrada o absorbida por un generador o receptor trifásico equilibrado, es constante e igual a la potencia activa.

La exposición que sigue es igualmente válida para las conexiones en estrella como para las de triángulo.

Valores instantáneos de las tensiones e intensidades de fases:

$$
\begin{aligned}
e_1 &= \sqrt{2}U_f \cos\omega t & i_1 &= \sqrt{2}I_f \cos(\omega t - \varphi) \\
e_2 &= \sqrt{2}U_f \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) & i_2 &= \sqrt{2}I_f \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \\
e_3 &= \sqrt{2}U_f \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) & i_3 &= \sqrt{2}I_f \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right)
\end{aligned}
$$

Las potencias instantáneas serán, sabiendo que: $2\cos a \cos b = \cos(a+b) + \cos(a-b)$

$$
\begin{aligned}
p_{f1} &= 2U_f I_f \cos\omega t \cdot \cos(\omega t - \varphi) = U_f I_f \left[\cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi)\right] \\
p_{f2} &= 2U_f I_f \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) = U_f I_f \left[\cos\varphi + \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right)\right] \\
p_{f3} &= 2U_f I_f \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) = U_f I_f \left[\cos\varphi + \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{8\pi}{3}\right)\right]
\end{aligned}
$$

Teniendo en cuenta que:

$$
\begin{aligned}
\cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) &= \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3} + 2\pi\right) = \cos\left(2\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \\
\cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{8\pi}{3}\right) &= \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{8\pi}{3} + 2\pi\right) = \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)
\end{aligned}
$$

al sumar las potencias instantáneas de las tres fases nos quedaría:

$$
p = p_{f1} + p_{f2} + p_{f3} = 3U_f I_f \cos\varphi + U_f I_f \left[\cos(2\omega t - \varphi) + \cos\left(2\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right]
$$

y realizando la representación fasorial del segundo término, figura 8.3, podemos observar que su resultante es nula. En consecuencia, la potencia instantánea total del sistema trifásico equilibrado es:

$$
p = 3U_f I_f \cos\varphi \qquad \text{es decir} \qquad \boxed{p = \sqrt{3}UI\cos\varphi}
$$

para cualquier conexión estrella o triángulo.

Esto supone otra ventaja del sistema trifásico, frente al monofásico cuya energía activa instantánea es unidireccional, mas no constante. En máquinas rotativas trifásicas, tanto generadoras como consumidoras, significa que el par es constante. La distinta naturaleza de las potencias monofásica y trifásica equilibrada, pulsante la primera y constante la segunda, motiva que sea imposible concebir un dispositivo de transformación de un sistema trifásico equilibrado en monofásico, sin elementos volantes o acumuladores de energía que compensen. Tales volantes o acumuladores pueden ser mecánicos o de energías electromagnéticas.

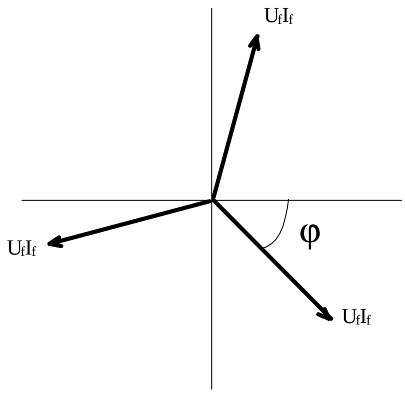


Fig. 8.3

Al ser constante el flujo energético total, en un primer examen pudiera creerse que en los sistemas trifásicos huelga el concepto de potencia reactiva. No es así, cada fase, separadamente, comporta un trasiego energético que tiene el motivo ya sabido, formación y anulación de campos magnéticos y eléctricos. Es el balance total de las tres fases que da un flujo energético continuo, ya que se compensan en sus fases de trasiego.

*(Hacer los ejercicios 8.1, 8.2, 8.3 y 8.4)*