



UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE CÓRDOBA

DEPARTAMENTO DE
INFORMÁTICA Y ANÁLISIS NUMÉRICO

PROGRAMACIÓN DECLARATIVA

INGENIERÍA INFORMÁTICA

ESPECIALIDAD DE COMPUTACIÓN

CUARTO CURSO

PRIMER CUATRIMESTRE

Tema 4.- Recursión e iteración

Primera
parte:
Scheme

Tema 1.- Introducción al Lenguaje Scheme

Tema 2.- Expresiones y Funciones

Tema 3.- Predicados y sentencias condicionales

Tema 4.- Iteración y Recursión

Tema 5.- Tipos de Datos Compuestos

Tema 6.- Abstracción de Datos

Tema 7.- Lectura y Escritura

Segunda
parte: Prolog

Tema 8.- Introducción al Lenguaje Prolog

Tema 9.- Elementos Básicos de Prolog

Tema 10.- Listas

Tema 11.- Reevaluación y el “corte”

Tema 12.- Entrada y Salida

Primera parte: Scheme

Tema 1.- Introducción al Lenguaje Scheme

Tema 2.- Expresiones y Funciones

Tema 3.- Predicados y sentencias condicionales

Tema 4.- Iteración y Recursión

Tema 5.- Tipos de Datos Compuestos

Tema 6.- Abstracción de Datos

Tema 7.- Lectura y Escritura

Índice

1. Forma especial iterativa “do”
2. Recursión
3. Funciones pasadas como parámetros
4. Funciones devueltas como resultados

Índice

1. Forma especial iterativa “do”
2. Recursión
3. Funciones pasadas como parámetros
4. Funciones devueltas como resultados

1. Forma especial iterativa “do”

- **Sintaxis**

(do

;; Inicializaciones

(

(<variable₁> <inicialización₁> <paso₁>)

(<variable₂> <inicialización₂> <paso₂>)

...

(<variable_n> <inicialización_n> <paso_n>)

)

;; Condición de salida y sentencias asociadas

(<condición> <sentencia> ...)

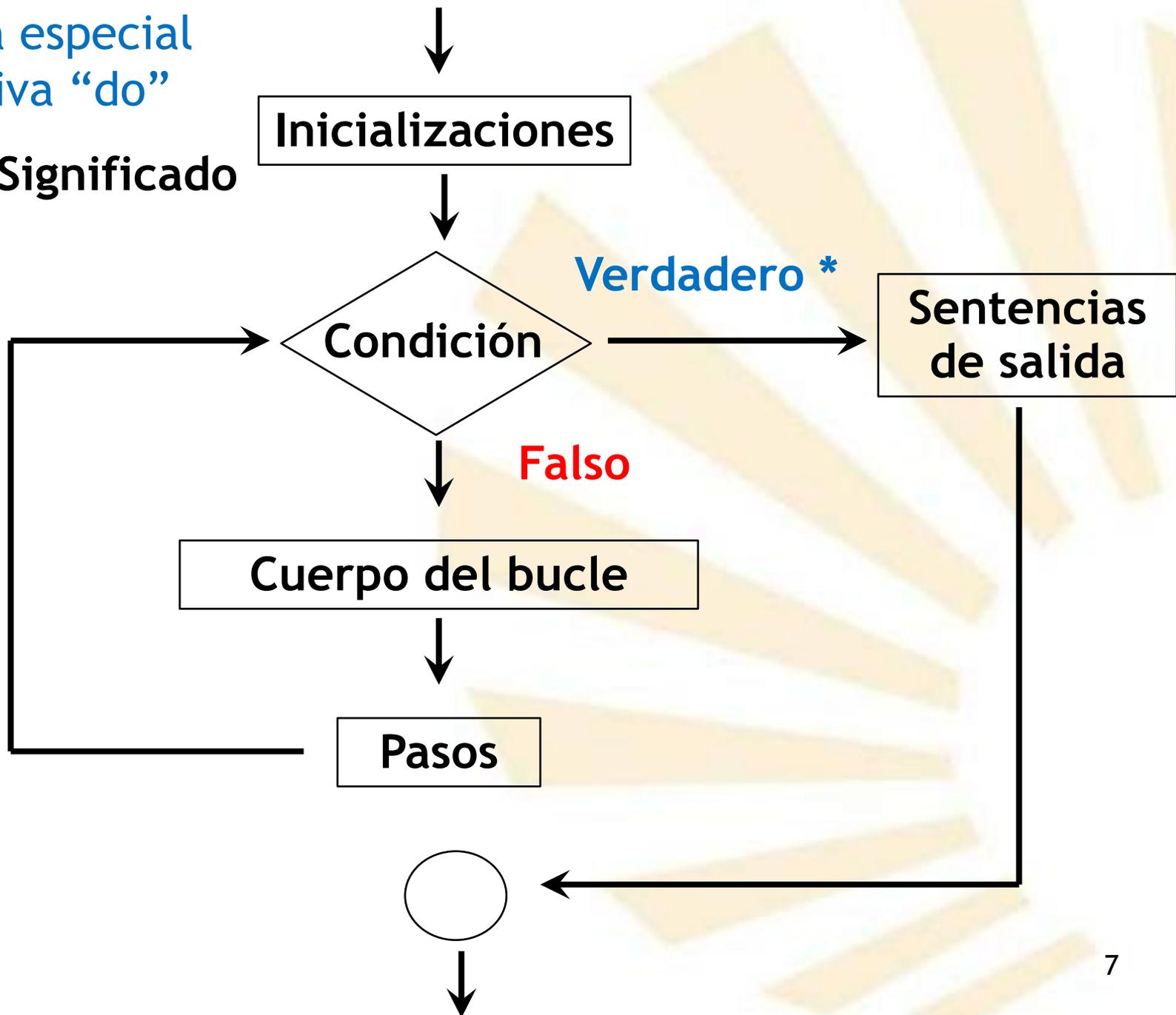
;; Cuerpo del bucle

<sentencia> ...

)

1. Forma especial iterativa "do"

- Significado



1. Forma especial iterativa “do”

- **Semántica**

- El ámbito de cada *variable_i* abarca el cuerpo del bucle **do** y las sentencias de **paso**.
- La **evaluación** de las sentencias de **inicialización** se realiza en un **orden no determinado**
- La *variable_i* **no** puede usarse en las sentencias de inicialización.
- Las sentencias de paso pueden usar los **valores** de las **variables** que tengan en el **paso anterior**.
- La **evaluación** de las sentencias de **paso** se realiza en un **orden no determinado**.

1. Forma especial iterativa “do”

- Ejemplo (1/9): factorial (versión n° 1)

```
(define (factorial-con-set n)
  (if (= n 0) 1
      (do
        ;; Inicializaciones
        (
          (i      n (- i 1))
          (resultado 1)      ;; no tiene “paso”
        )
        ;; Condición y sentencia de salida
        ((= i 1) resultado)
        ;; Cuerpo del bucle
        (set! resultado (* resultado i))
      )
  )
)
```

Se recomienda evitar el uso de **set!**

1. Forma especial iterativa “do”

- Ejemplo (2/9): factorial (versión n° 2)

```
(define (factorial n)  
  (if (= n 0) 1  
    (do  
      ;; Inicializaciones  
      (  
        (i n (- i 1))  
        (resultado 1 (* resultado i))  
      )  
      ;; Condición y sentencia de salida  
      ((= i 1) resultado)  
      ;; no hay cuerpo del bucle  
    )  
  )  
)
```

1. Forma especial iterativa “do”

- Ejemplo (3/9): Fibonacci

```
(define (fib-iter n)
  (if (or (= n 0) (= n 1)) 1
      (do
        ;; Inicializaciones
        (
          (actual 1 (+ actual anterior))
          (anterior 1 actual)
          (i n (- i 1))
        )
        ;; Condición y sentencia de salida
        ((= i 1) actual)
        ;; no hay cuerpo del bucle
      )
  )
)
```

1. Forma especial iterativa “do”

- **Ejemplo (4/9)** $\sum_{n=a}^b n^3 = a^3 + (a+1)^3 + (a+2)^3 + \dots + (b-1)^3 + b^3$

```
(define (sumar-cubos inicial final)
```

```
  (define (cubo x)
```

```
    (* x x x)
```

```
  )
```

```
  (do ;; variables
```

```
    (
```

```
      (i inicial (+ i 1))
```

```
      (resultado 0.0 (+ resultado (cubo i)))
```

```
    )
```

```
    ;; Condición y sentencia de salida
```

```
    ((> i final) resultado)
```

```
    ;; No hay cuerpo
```

```
  )
```

```
)
```

```
(suma-cubos 1 3) → 36
```

1. Forma especial iterativa “do”

- **Ejemplo: series no paramétricas**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \times (n + 2)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

$n = n + 4$

1. Forma especial iterativa “do”

- **Ejemplo (5/9)**
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

(define (sumar-reciprococ-cuadrados-perfectos final)

(define (termino n)

(/ 1.0 (n n))*

)

::

(do (

(i 1.0 (+ i 1))

(resultado 0.0 (+ resultado (termino i)))

)

:: Condición de salida: número de elementos

((> i final) resultado)

:: No hay cuerpo

)

)

(sumar-reciprococ-cuadrados-perfectos 1000) → 1,6449¹⁴...

1. Forma especial iterativa “do”

- **Ejemplo(6/9)**
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \times (n + 2)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

```
(define (sumar-pi-octavos-v1 cota)
```

```
  (define (termino n)
```

```
    (/ 1.0 (* n (+ n 2))))
```

```
  )
```

```
  ;;
```

```
  (do (
```

```
    (i 1.0 (+ i 4))
```

```
    (resultado 0.0 (+ resultado (termino i)))
```

```
  )
```

```
  ;;
```

```
  ((< (termino i) cota) resultado)
```

```
    ;; No hay cuerpo
```

```
  )
```

```
)
```

```
(* 8.0 (sumar-pi-octavos-v1 0.00001)) → 3.135263603..15
```

1. Forma especial iterativa “do”

• **Ejemplo(6/9)**
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \times (n + 2)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

```
(define (sumar-pi-octavos-v1 cota)
```

```
  (define (termino n)
```

```
    (/ 1.0 (* n (+ n 2))))
```

```
  )
```

```
  ;;
```

```
  (do (
```

```
    (i 1.0 (+ i 4))
```

```
    (resultado 0.0 (+ resultado (termino i)))
```

```
  )
```

```
  ;;
```

```
  ((< (termino i) cota) resultado)
```

```
  ;; No hay cuerpo
```

```
  )
```

```
)
```

```
(* 8.0 (sumar-pi-octavos-v1 0.00001)) → 3.135263603...16
```

Ineficiencia

1. Forma especial iterativa “do”

• **Ejemplo(7/9)**
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \times (n + 2)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

(define (sumar-pi-octavos-v2 cota)

(define (termino n)

(/ 1.0 (n (+ n 2))))*

)

::

(do (

(i 5.0 (+ i 4))

(valor (termino 1) (termino i))

(resultado 0.0 (+ resultado valor))

)

:: Condición y sentencia de salida

((< valor cota) resultado)

:: No hay cuerpo

)

)

(8.0 (sumar-pi-octavos-v2 0.00001)) → 3.135263603.47*

1. Forma especial iterativa “do”

- **Ejemplo(8/9)**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \times (n + 2)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

$$n = n + 4$$

La serie anterior es **equivalente** a la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n - 3) \times (4n - 1)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

1. Forma especial iterativa “do”

• **Ejemplo(8/9)**
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-3) \times (4n-1)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

(define (sumar-pi-octavos-v3 cota)

(define (termino n)

(/ 1.0

((- (* 4 n) 3) (- (* 4 n) 1))*

)

)

(do (

(i 2.0 (+ i 1))

(valor (termino 1) (termino i))

(resultado 0.0 (+ resultado valor))

)

;; Condición y sentencia de salida

((< valor cota) resultado)

;; No hay cuerpo

)

)

1. Forma especial iterativa “do”

- **Ejemplo: series paramétricas**

$$\textit{seno}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

1. Forma especial iterativa “do”

- Ejemplo (9/9): **series paramétricas**

```
(define (serie-seno x iteraciones)
  (define (termino x n)
    (* (expt -1 n)
       (/ (expt x (+ (* 2 n) 1))
          (factorial (+ (* 2 n) 1))
         )
      )
  )
  )
  ;;
  (do (
      (n 0 (+ n 1))
      (resultado 0.0 (+ resultado (termino x n)))
    )
    ;;
    ((> n iteraciones) resultado)
    ;; No hay cuerpo
  )
  )
```

Índice

1. Forma especial iterativa “do”
2. Recursión
3. Funciones pasadas como parámetros
4. Funciones devueltas como resultados

2. Recursión

- Descripción
- Recursión simple
- Recursión múltiple
- Recursión de cola
- Forma especial “let con nombre”

2. Recursión

- Descripción
- Recursión simple
- Recursión múltiple
- Recursión de cola
- Forma especial “let con nombre”

2. Recursión

- Descripción

- Una función es “*recursiva*” si se llama a sí misma
- **Fases** para definir una función recursiva
 1. Determinar **cómo** realizar un paso.
 2. **Descomponer** el problema en un paso y en un sub-problema **idéntico** más simple.
 3. Determinar **cuándo** se ha de **parar** la ejecución de la función.

2. Recursión

- Descripción
- Recursión simple
- Recursión múltiple
- Recursión de cola
- Forma especial “let con nombre”

2. Recursión

- **Recursión simple**

- Una función posee **recursividad simple**
 - si solamente puede llamarse a sí misma **una única vez, a lo sumo**
 - **por cada línea de ejecución.**
- **Línea de ejecución**
 - Sucesión de sentencias que se pueden ejecutar consecutivamente dentro de una función

2. Recursión

- Recursión simple

- **Ejemplo (1/7)**

- Factorial (versión recursiva): $n \in \mathbb{N}$

$$f(n) = n! = \begin{cases} 1 & \text{Si } n = 0 \vee n = 1 \\ n \times (n - 1)! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 2 \times 1 & \text{Si } n \geq 2 \end{cases}$$

2. Recursión

- Recursión simple

- **Ejemplo (1/7)**

- Factorial (versión recursiva): $n \in \mathbb{N}$

```
(define (factorial n)  
  (if (or (= n 0) (= n 1))  
      1  
      (* n (factorial (- n 1))  
  )  
)
```

(factorial 4) → 24

2. Recursión

- Recursión simple

- **Ejemplo (2/7)**

- Potencia: $a \in R, b \in N$

$$a^b = \begin{cases} 1 & \text{Si } b = 0 \\ a \times a^{b-1} & \text{Si } b \geq 1 \end{cases}$$

2. Recursión

- Recursión simple

- **Ejemplo (2/7)**

- Potencia: $a \in R, b \in N$

```
(define (potencia a b)  
  (if (= b 0)  
    1  
    (* a (potencia a (- b 1)))  
  )  
)
```

(*potencia 2 3*) → 8

2. Recursión

- Recursión simple

- **Ejemplo (3/7)**

$$\sum_{n=a}^b n^3 = a^3 + (a+1)^3 + (a+2)^3 + \dots + (b-1)^3 + b^3$$

(define (suma-cubos inicial final)

;; función auxiliar

(define (cubo x) (* x x x))

;; cuerpo de suma-cubos

(if (> inicial final)

0

(+

(cubo inicial)

(suma-cubos (+ inicial 1) final)

)

)

)

(suma-cubos 1 3)

→ 36

2. Recursión

- Recursión simple

- Ejemplo: series **no** paramétricas

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \times (n + 2)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

$$n = n + 4$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n - 3) \times (4n - 1)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

2. Recursión

- Recursión simple

- Ejemplo (4/7)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

(define (suma-reciprococ-cuadrados-perfectos n)

(define (termino n)

(/ 1.0 (n n))*

)

(if (<= n 0) 0.0

(+ (termino n)

(suma-reciprococ-cuadrados-perfectos (- n 1))

)

)

)

2. Recursión

- Recursión simple

- Ejemplo (5/7)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \times (n + 2)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

(define (suma-pi-octavos-v1 n)

(define (termino n)

(/ 1.0 (n (+ n 2))))*

)

(define (auxiliar-suma-pi-octavos i n)

(if (> i n)

0.0

(+ (termino i)

(auxiliar-suma-pi-octavos (+ i 4) n)

)

)

)

;; Llamada a la función auxiliar

(auxiliar-suma-pi-octavos 1 n)

)

2. Recursión

- Recursión simple

- **Ejemplo (6/7)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-3) \times (4n-1)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$

- (define (suma-pi-octavos-v2 n)*

- (define (termino n)*

- (/ 1.0*

- (* (- (* 4 n) 3) (- (* 4 n) 1))*

-)*

-)*

- (define (auxiliar-suma-pi-octavos i n)*

- (if (> i n) 0.0*

- (+ (termino i)*

- (auxiliar-suma-pi-octavos (+ i 1) n)*

-)*

-)*

-)*

- ;; Llamada a la función auxiliar*

- (auxiliar-suma-pi-octavos 1 n)*

-)*

2. Recursión

- Recursión simple

- Ejemplo (7/7): serie **paramétrica**

$$\text{seno}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

```
(define (serie-seno x n)
```

```
  (define (termino x n)
```

```
    (* (expt -1 n)
```

```
      (/ (expt x (+ (* 2 n) 1))
```

```
         (factorial (+ (* 2 n) 1))
```

```
      )
```

```
    )
```

```
  )
```

```
  ;;
```

```
  (if (< n 0)
```

```
      0.0
```

```
      (+ (termino x n) (serie-seno x (- n 1))))
```

```
  )
```

```
)
```

2. Recursión

- Descripción
- Recursión simple
- Recursión múltiple
- Recursión de cola
- Forma especial “let con nombre”

2. Recursión

- Recursión múltiple

- Una función posee **recursividad múltiple** si
 - puede llamarse a sí misma **más de una vez**
 - en una **línea de ejecución**, al menos.

2. Recursión

- Recursión múltiple

- **Ejemplo (1/2)**

- Fibonacci (versión recursiva doble)

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{Si } n = 0 \vee n = 1 \\ f(n - 1) + f(n - 2) & \text{Si } n \geq 2 \end{cases}$$

2. Recursión

- Recursión múltiple

- Ejemplo (1/2)

- Fibonacci (versión recursiva doble)

```
(define (fibonacci n)  
  (if (or (= n 0) (= n 1))  
    1  
    (+ (fibonacci (- n 1))  
      (fibonacci (- n 2))  
    )  
  )  
)
```

(fibonacci 4) → 5

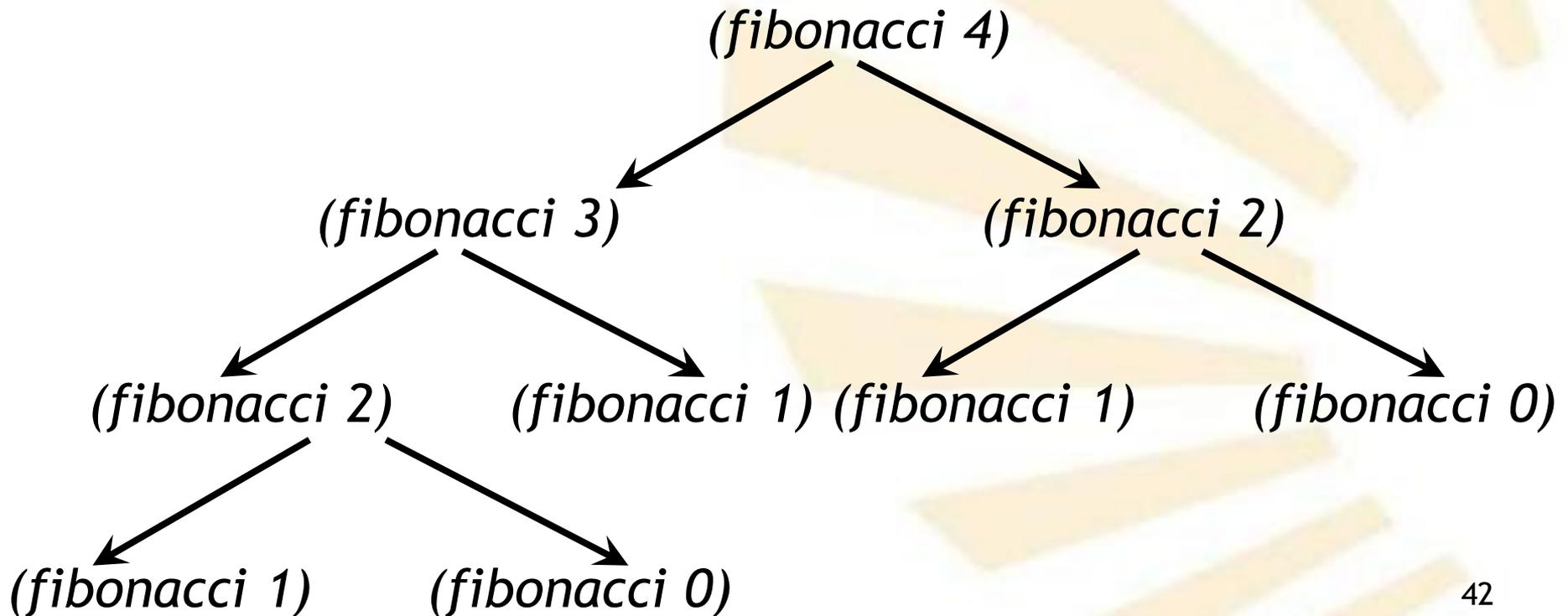
2. Recursión

- Recursión múltiple

- **Ejemplo (1/2)**

- Fibonacci (versión recursiva doble)

- **Árbol de activación**



2. Recursión

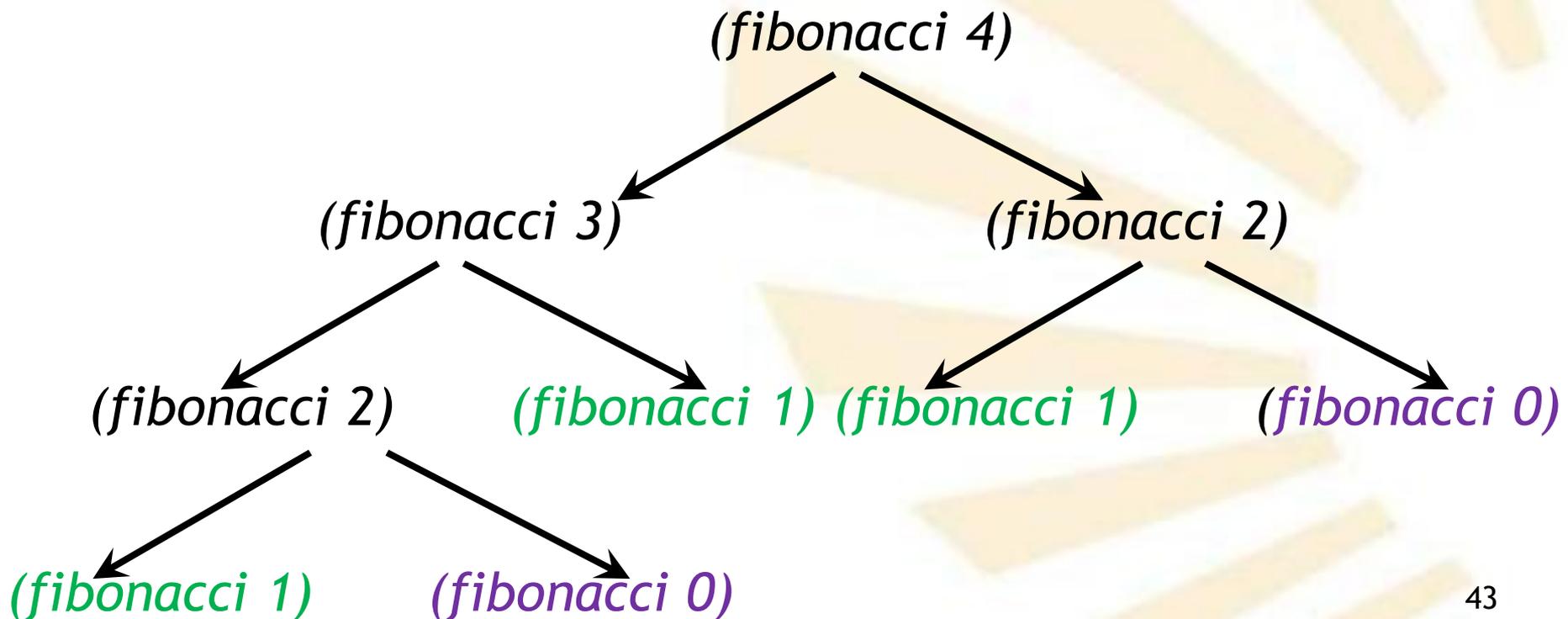
- Recursión múltiple

Ineficiencia de la recursión múltiple: **repetición** de cálculos

- Ejemplo (1/2)

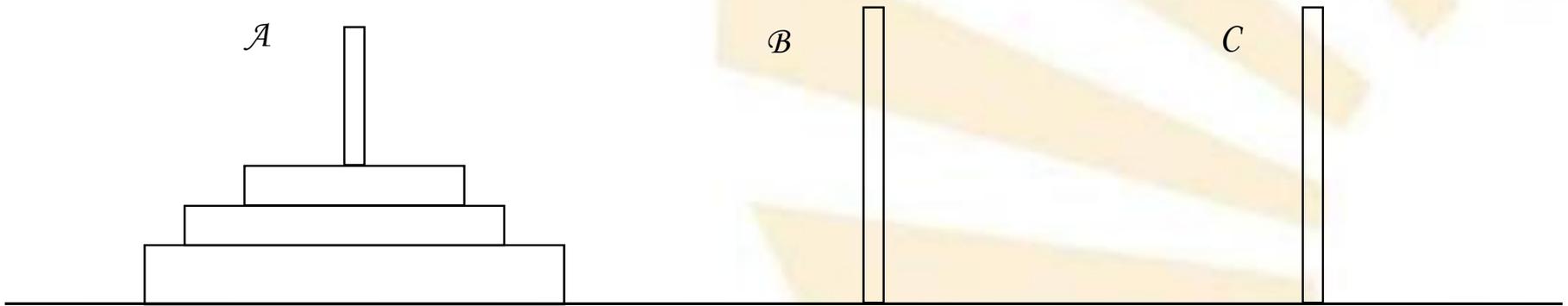
- Fibonacci (versión recursiva doble)

- Árbol de activación



2. Recursión

- Recursión múltiple
 - **Ejemplo (2/2)**
 - Torres de Hanoi



2. Recursión

- Recursión múltiple

- **Ejemplo (2/2)**

- Torres de Hanoi: objetivo

- Trasladar** todos los discos desde la varilla A hasta la varilla B

- Se deben respetar las **reglas** de los movimientos

- Se puede utilizar la varilla **auxiliar** C

2. Recursión

- Recursión múltiple

- **Ejemplo (2/2)**

- Torres de Hanoi: reglas

1. Todos los discos son de **tamaños diferentes.**
2. Inicialmente cada uno de los discos **descansa** sobre uno mayor.
3. Sólo se puede **mover un disco** cada vez.
4. **Ningún** disco se puede colocar sobre uno más pequeño.

- **Torres de Hanoi**

```
(define (Hanoi n a b c)
```

```
  (define (cambio x y)
```

```
    (display x)
```

```
    (display " --> ")
```

```
    (display y)
```

```
    (display "; ")
```

```
    1
```

```
  )
```

```
;; cuerpo de "Hanoi"
```

```
(if (= n 1) (cambio a b)
```

```
  (+
```

```
    (Hanoi (- n 1) a c b)
```

```
    (cambio a b)
```

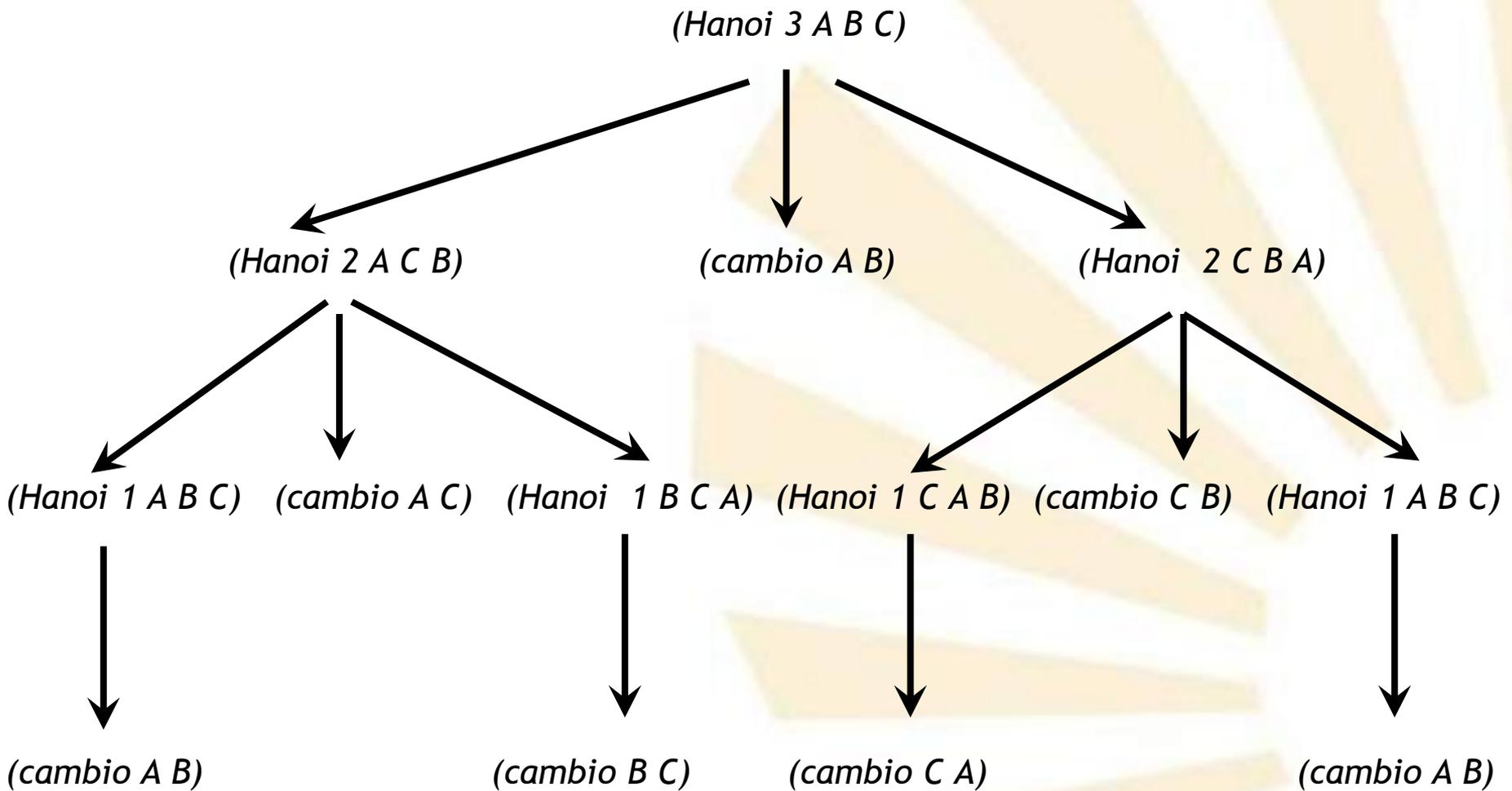
```
    (Hanoi (- n 1) c b a)
```

```
  )
```

```
)
```

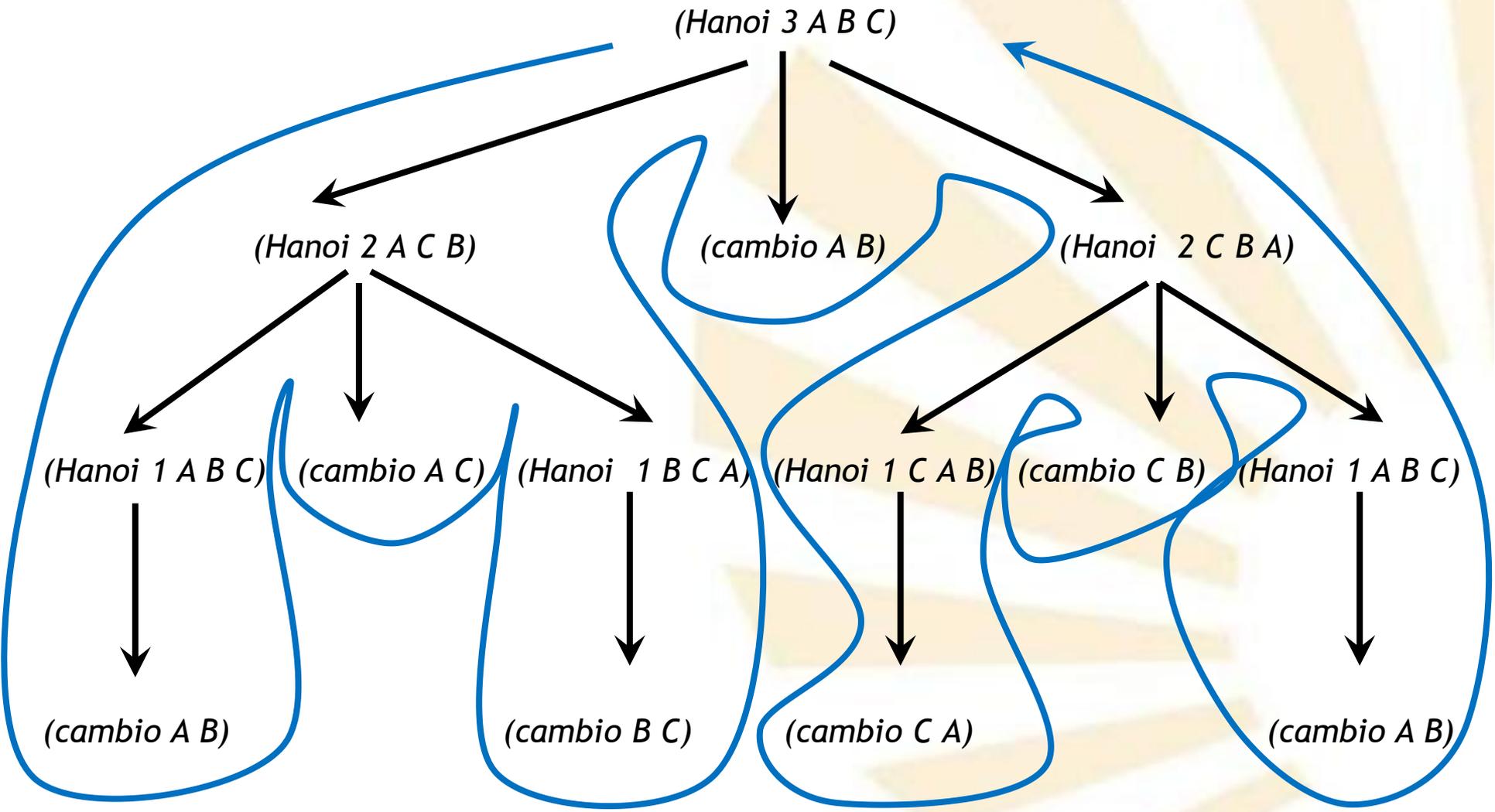
```
)
```

- Torres de Hanoi: árbol de activación



- Torres de Hanoi

Recorrido en profundidad



2. Recursión

- Recursión múltiple

- **Ejemplo (2/2)**

- **Torres de Hanoi: 7 movimientos**

1. $A \rightarrow B$

2. $A \rightarrow C$

3. $B \rightarrow C$

4. $A \rightarrow B$

5. $C \rightarrow A$

6. $C \rightarrow B$

7. $A \rightarrow B$

2. Recursión

- Descripción
- Recursión simple
- Recursión múltiple
- Recursión de cola
- Forma especial “let con nombre”

2. Recursión

- Recursión de cola
 - Concepto de “reducción”
 - Definición de “recursión de cola”
 - Ejemplo
 - Comparación
 - Más ejemplos

2. Recursión

- Recursión de cola
 - **Concepto de “reducción”**
 - **Transformación de un problema en otro más simple**
 - **de forma que no se requiera realizar ningún cálculo adicional una vez que éste haya sido resuelto.**

2. Recursión

- Recursión de cola
 - **Definición de “recursión de cola”**
 - Una función es recursiva de cola si todas sus transformaciones son **reducciones**
 - Término en inglés: “*tail recursive*”

2. Recursión

- Recursión de cola

- Ejemplo (1/5)

- Factorial

(define (fac-cola n)

;; función auxiliar

(define (fac-aux n resultado)

(if (= n 0) resultado

(fac-aux (- n 1) (n resultado))*

)

)

;; cuerpo de “fac-cola”

(fac-aux n 1)

)

(fac-cola 4) → 24

2. Recursión

- Recursión de cola

- **Ejemplo (1/5)**

- Factorial

- Proceso “recursivo de cola”

(fac-cola 4)

(fac-aux 4 1)

(fac-aux 3 4)

(fac-aux 2 12)

(fac-aux 1 24)

(fac-aux 0 24)

24



2. Recursión

- Recursión de cola

- **Ejemplo (1/5)**

- Factorial

- Proceso “recursivo lineal”

Expansión

(factorial 4)
(* 4 (factorial 3))
(* 4 (* 3 (factorial 2)))
(* 4 (* 3 (* 2 (factorial 1))))
(* 4 (* 3 (* 2 (* 1 (factorial 0))))))

Contracción

(* 4 (* 3 (* 2 (* 1 1))))
(* 4 (* 3 (* 2 1)))
(* 4 (* 3 2))
(* 4 6)
24

2. Recursión

- Recursión de cola
 - **Comparación**
 - Proceso “recursivo lineal”
 - Proceso “recursivo de cola”

2. Recursión

- Recursión de cola

- **Comparación**

- **Proceso “recursivo lineal”**

- **Expansión**

- ✓ Se efectúan las llamadas recursivas
- ✓ Se encadenan una serie de operaciones “diferidas”

- **Contracción**

- ✓ Evalúa las operaciones “diferidas”

2. Recursión

- Recursión de cola

- **Comparación**

- **Proceso “recursivo lineal”**

- **Observación**

- ✓ El intérprete debe

- **almacenar** los operadores y argumentos de las operaciones diferidas

- **recordar** el orden en el que se deben evaluar dichas operaciones diferidas

2. Recursión

- Recursión de cola

- **Comparación**

- **Proceso “recursivo lineal”**

- **Observación**

- ✓ Necesita conocer **información adicional** “escondida”
 - mantenida por el intérprete
 - no contenida en las variables
- ✓ Está información indica **qué operaciones** diferidas están pendientes de realizar

2. Recursión

- Recursión de cola

- **Comparación**

- **Proceso “recursivo de cola”**

- ❑ Las **variables** del programa suministran una **descripción completa** del estado en el que se encuentra el proceso en cualquier instante.
- ❑ En cada paso, el número de operaciones es conocido **“a priori”**.
- ❑ **No** necesita **“operaciones diferidas”**

2. Recursión

- Recursión de cola

- **Ejemplo (2/5)**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

(define (suma-reciprococos-cuadrados-perfectos n)

(define (termino n)

(/ 1.0 (n n))*

)

(define (auxiliar n resultado)

(if (<= n 0)

resultado

(auxiliar (- n 1) (+ resultado (termino n)))

)

)

::

(auxiliar n 0.0)

)

2. Recursión

- Recursión de cola

- **Ejemplo (3/5)**
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-3) \times (4n-1)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

(define (suma-pi-octavos n)

(define (termino n)

(/ 1.0

((- (* 4 n) 3) (- (* 4 n) 1))*

)

)

(define (auxiliar i n resultado)

(if (> i n) resultado

(auxiliar (+ i 1) n (+ resultado (termino i)))

)

)

;;

(auxiliar 1 n 0.0)

)

2. Recursión

- Recursión de cola

- **Ejemplo (4/5)**

```
(define (serie-seno x n)
```

```
  (define (termino x n)
```

```
    (* (expt -1 n)
```

```
        (/ (expt x (+ (* 2 n) 1)) (factorial (+ (* 2 n) 1)) )
```

```
    )
```

```
  )
```

```
(define (auxiliar x n resultado)
```

```
  (if (< n 0)
```

```
      resultado
```

```
      (auxiliar x (- n 1) (+ (termino x n) resultado))
```

```
    )
```

```
  )
```

```
  ;;
```

```
  (auxiliar x n 0.0)
```

```
)
```

$$\text{seno}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

2. Recursión

- Recursión de cola

- **Ejemplo (5/5)**

- **Raíz cuadrada usando el método de Newton**

$$x_0 = 1$$

$$x_{n+1} = \frac{\frac{x}{x_n} + x_n}{2} \quad \text{si } n \geq 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = y = \sqrt{x}$$

$$n \rightarrow \infty$$

2. Recursión

- Recursión de cola

- **Ejemplo (5/5)**

- Raíz cuadrada usando el método de Newton

$$x_0 = 1.0 \quad x_1 = \frac{\frac{2}{1} + 1}{2} = 1.5$$

$$y = \sqrt{2}$$

$$x_2 = \frac{\frac{2}{1.5} + 1.5}{2} = 1.41 \hat{6}$$

$$x_3 = \frac{\frac{2}{1.41 \hat{6}} + 1.41 \hat{6}}{2} = 1.41421568$$

- Ejemplo (5/5)

- Raíz cuadrada usando el método de Newton

```
(define (raíz x cota_error)
  (define (siguiente x y)
    (/ (+ (/ x y) y) 2. )
  )
  (define (raíz-aux x y)
    (if (< (abs (- (* y y) x)) cota_error)
        y
        (raíz-aux x (siguiente x y))
    )
  )
  ; cuerpo de "raíz"
  (raíz-aux x 1.0)
)
```

(raíz 2 0.001) → 1.41421568

- **Ejemplo (5/5)**

- **Raíz cuadrada usando el método de Newton**

(raíz 2 0.001)

(raíz-aux 2 1.0)

(raíz-aux 2 1.5)

(raíz-aux 2 1.41666...)

(raíz-aux 2 1.41411568)

→ 1.41421568

2. Recursión

- Descripción
- Recursión simple
- Recursión múltiple
- Recursión de cola
- Forma especial “let con nombre”

2. Recursión

- Forma especial “let con nombre”

- **Sintaxis**

```
(let <nombre-función>  
  ;; Asignación inicial a los parámetros  
  (  
    (<parámetro1> <inicialización1>)  
    (<parámetro2> <inicialización2>)  
    ...  
    (<parámetron> <inicializaciónn>)  
  )  
  ;; cuerpo del “let con nombre”,  
  ;; se puede llamar recursivamente a  
  ;; <nombre-función>  
  <sentencia> ...  
)
```

2. Recursión

- Forma especial “let con nombre”
 - **Significado**
 - Se evalúan en un orden no determinado las **sentencias de inicialización** de los parámetros
 - Se ejecuta el **cuerpo** de “let con nombre”
 - Si hay una **llamada recursiva** entonces los valores de los argumentos reales se asignan a los parámetros de *let*.
 - Término en inglés: *named let*

2. Recursión

- Forma especial “let con nombre”

- **Ejemplo**

```
(define (factorial-let-nombre n)
```

```
  (let fact-let
```

```
    ;; Asignación inicial a los parámetros
```

```
    (
      (i n)
      (resultado 1)
    )
```

```
    ;; cuerpo de let con nombre
```

```
    (if (or (= i 0) (= i 1))
```

```
        resultado
```

```
        ;; llamada recursiva
```

```
        (fact-let (- i 1) (* resultado i))
```

```
    )
```

```
  )
```

```
)
```

Índice

1. Forma especial iterativa “do”
2. Recursión
3. Funciones pasadas como parámetros
4. Funciones devueltas como resultados

3. Funciones pasadas como parámetros

- Descripción
- Ejemplos

3. Funciones pasadas como parámetros

- Descripción

- Definición de la función f que recibe a otra función g como parámetro formal

(define (f pf₁ pf₂ ... pf_i g pf_{i+1} ... pf_n)

< cuerpo de f >

)

donde $pf_1, pf_2, \dots, pf_i, g, pf_{i+1}, \dots, pf_n$

son los parámetros formales de f

- Observación

- Solamente hay que **poner un nombre** al parámetro que va a actuar como función

3. Funciones pasadas como parámetros

- Descripción

- Uso de g dentro de la función f

$$(g \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_k)$$

donde x_1, x_2, \dots, x_k

son los parámetros reales de g

- Observación

- Solamente hay que llamar a la **función** con los **parámetros reales** que le correspondan.

3. Funciones pasadas como parámetros

- Descripción

- Paso de una función como parámetro de otra función *f*

1. Función definida previamente

2. Función creada con *lambda*

3. Funciones pasadas como parámetros

- Descripción

- Paso de una función como parámetro de otra función f

1. Función definida previamente

(define (h ...)

<cuerpo de h>

)

...

(f pr₁ pr₂ ... pr_i h pr_{i+1} ... pr_n)

donde $pr_1, pr_2, \dots, pr_i, h, pr_{i+1}, \dots, pr_n$

son los parámetros reales de f

3. Funciones pasadas como parámetros

- Descripción

- Paso de una función como parámetro de otra función *f*

2. Función creada con lambda

(*f* pr_1 pr_2 ... pr_i

(lambda (<parámetros> <cuerpo>)

pr_{i+1} ... pr_n

)

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo

- Función que recibe otra función como parámetro

```
(define (duplicar g x)  
  (* 2 (g x))  
)
```

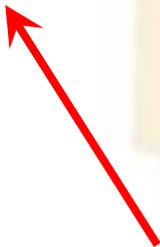
3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo

- Función que recibe otra función como parámetro

```
(define (duplicar g x)  
  (* 2 (g x))  
)
```

Uso de la función pasada como parámetro



3. Funciones pasadas como parámetros

- **Ejemplo**

- Paso de una **función definida** como parámetro de la función *duplicar*

```
(define (cuadrado x)
```

```
  (* x x)
```

```
)
```

```
(duplicar cuadrado 7) → 98
```

- Paso de una **función creada con *lambda*** como parámetro de la función *duplicar*

```
(duplicar (lambda (x) (* x x)) 7) → 98
```

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo

- Paso de una función creada con lambda como parámetro de la función *duplicar*

(duplicar (lambda (x) (+ x 1)) 7) → 16

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo preparatorio

$$\sum_{n=a}^b n^3 = a^3 + (a+1)^3 + (a+2)^3 + \dots + (b-1)^3 + b^3$$

(define (suma-cubos inicial final)

;; función auxiliar

(define (cubo x) (* x x x))

;; cuerpo de suma-cubos

(if (> inicial final)

0

(+

(cubo inicial)

(suma-cubos (+ inicial 1) final)

)

)

)

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo preparatorio

$$\sum_{n=a}^b n^3 = a^3 + (a+1)^3 + (a+2)^3 + \dots + (b-1)^3 + b^3$$

(define (suma-cubos inicial final)

;; función auxiliar

(define (cubo x) (* x x x))

;; cuerpo de suma-cubos

(if (> inicial final)

Siguiente elemento de la serie

0

(+

Término de la serie

(cubo inicial)

(suma-cubos (+ inicial 1) final)

)

)

)

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo preparatorio

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \times (n + 2)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

n = n + 4

```
(define (suma-pi-octavos inicial final)  
  (define (termino n)  
    (/ 1.0 (* n (+ n 2.0))))  
  )  
  (if (> inicial final)  
    0  
    (+ (termino inicial)  
      (suma-pi-octavos (+ inicial 4.0) final)  
    )  
  )  
)
```

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo preparatorio

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \times (n + 2)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

n = n + 4

(define (suma-pi-octavos inicial final)

(define (termino n)

(/ 1.0 (* n (+ n 2.0))))

)

(if (> inicial final)

0

(+

Término de la serie



(termino inicial)

(suma-pi-octavos (+ inicial 4.0) final)

)

)

)

Siguiente elemento de la serie



3. Funciones pasadas como parámetros

- Estructura general de los ejemplos preparatorios

```
(define (<nombre> inicial final)
  (if (> inicial final)
    0
    (+
      (<término> inicial)
      (<nombre> (<siguiente> inicial) final)
    )
  )
)
```

- Observación

- Las funciones *término* y *siguiente* son externas

3. Funciones pasadas como parámetros

- Estructura general de los ejemplos preparatorios

```
(define (sumar-serie término siguiente inicial final)
  (if (> inicial final)
      0
      (+
        (término inicial)
        (sumar-serie término siguiente (siguiente inicial) final)
      )
  )
)
```

3. Funciones pasadas como parámetros

- Estructura general de los ejemplos preparatorios

Paso de las funciones como parámetros



```
(define (sumar-serie término siguiente inicial final)
```

```
(if (> inicial final)
```

Uso de la función

```
0
```

```
(+
```

```
(término inicial)
```

```
(sumar-serie término siguiente (siguiente inicial) final)
```

```
)
```

```
)
```

Paso de las funciones como parámetros

3. Funciones pasadas como parámetros

- Estructura general de los ejemplos preparatorios

```
(define (suma-serie término siguiente inicial final)
  (if (> inicial final)
      0
      (+
        (término inicial)
        (suma-serie término siguiente (siguiente inicial) final)
      )
  )
)
```

- Observación
 - La función *suma-serie* permite sumar cualquier serie

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: aplicaciones de la función *suma*

$$\sum_{n=a}^b n^3 = a^3 + (a+1)^3 + (a+2)^3 + \dots + (b-1)^3 + b^3$$

;; función que calcula el término de la serie
(define (cubo x) (* x x x))

;; función para obtener el “siguiente” elemento
(define (suma-uno x) (+ x 1.0))

;; llamada a sumar-serie
(sumar-serie cubo suma-uno 1 3) → 36.0

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: aplicaciones de la función *suma*

$$\sum_{n=a}^b n^3 = a^3 + (a+1)^3 + (a+2)^3 + \dots + (b-1)^3 + b^3$$

;; llamada a sumar-serie usando funciones anónimas

(sumar-serie

(lambda (x) (x x x))*

(lambda (x) (+ x 1))

1

3

) → 36.0

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: aplicaciones de la función *suma*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \times (n + 2)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{9 \times 11} + \dots = \frac{\pi}{8}$$

$n = n + 4$

;; función que calcula el término de la serie

(define (termino-pi x)

(/ 1.0 (* x (+ x 2.0))))

)

;; función para obtener el “siguiente” elemento

(define (siguiente-pi x) (+ x 4))

;; llamada a la función sumar-serie

(* 8.0 (sumar-serie termino-pi siguiente-pi 1 10000))

→ 3.14139265

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: aplicaciones de la función *suma*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

;; función que calcula el término de la serie
(define (termino n)
 (/ 1.0 (* n n))
)

;; función para obtener el “siguiente” elemento
(define (siguiente n) (+ n 1))

;; llamada a la función sumar-serie
(sumar-serie termino siguiente 1 1000)
→ 1.6439...

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: aplicaciones de la función *suma*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \dots = e = 2,71828 \quad 18284 \quad \dots$$

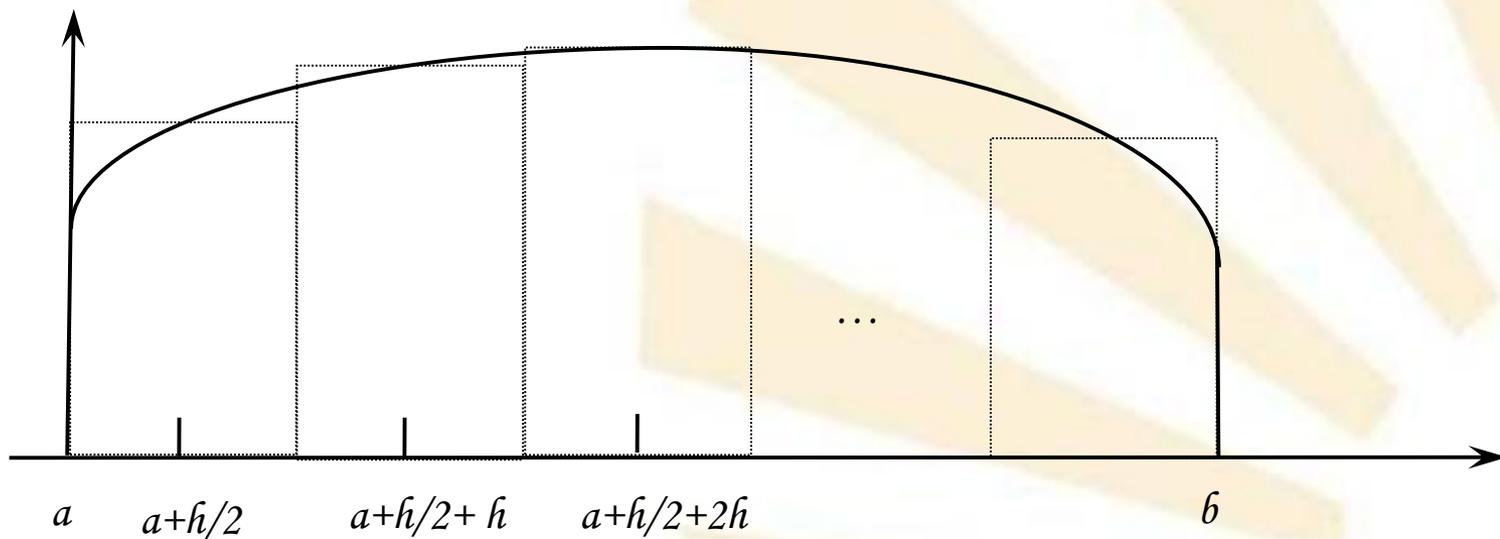
;; función que calcula el término de la serie
(define (termino n)
 (/ 1.0 (factorial n))
)

;; función para obtener el “siguiente” elemento
(define (siguiente n) (+ n 1))

;; llamada a la función sumar-serie
(sumar-serie termino siguiente 1 10)
→ 2.7182818284...

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: aplicaciones de la función *suma*
 - Integral definida



$$\int_a^b f(x) = (f(a + h/2) + f(a + h/2 + h) + f(a + h/2 + 2h) + \dots) \times h$$

- “ h ” debe ser suficientemente pequeño

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: integral definida

```
(define (integral f inicial final h)
  ;; función para obtener el siguiente elemento
  (define (sumar-h x) (+ x h))
```

```
  ;; cuerpo de integral
```

```
    (*
     (sumar-serie f sumar-h (+ inicial (/ h 2)) final)
     h
    )
  )
```

```
(define (f x) x)
```

```
(integral f 0 1 0.001) → 0.50000000
```

```
(integral (lambda (x) x) 0 1 0.001) → 0.50000000
```

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo
 - Series **no** paramétricas: versión iterativa

```
(define (sumar-serie-v2 termino siguiente inicial final)
  (do
    (
      (i inicial (siguiente i))
      (resultado 0 (+ resultado (termino i)))
    )
    ;;
    ((> i final) resultado)
    ;; No hay cuerpo
  )
)
```

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo
 - Series **no** paramétricas: versión iterativa
 - Uso de la función *sumar-serie-v2*

$$\sum_{n=a}^b n^3 = a^3 + (a+1)^3 + (a+2)^3 + \dots + (b-1)^3 + b^3$$

;; función que calcula el término de la serie
(define (cubo x) (* x x x))

;; función para obtener el “siguiente” elemento
(define (siguiente n) (+ n 1))

;; llamada a la función
(sumar-serie-v2 cubo siguiente 1 3) → 36.0

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo

- Series **paramétricas**: versión iterativa

- Función que suma **todas** las **series paramétricas**

```
(define (sumar-serie-paramétrica término siguiente inicial final x)
  (do
    (
      (i          inicial (siguiente i))
      (resultado 0.0    (+ resultado (término x i)))
    )
    ;;
    ((> i final) resultado)
    ;; No hay cuerpo
  )
)
```

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo

- Series paramétricas: versión iterativa

- ;; *término de la serie*

- (define (término-seno x n)

- (* (/

- (expt -1 n)

- (factorial (+ (* 2 n) 1))

-)

- (expt x (+ (* 2 n) 1))

-)

-)

- ;; *función para obtener el “siguiente” elemento*

- (define (incrementar-uno n)

- (+ n 1)

-)

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo

- Series paramétricas: versión iterativa

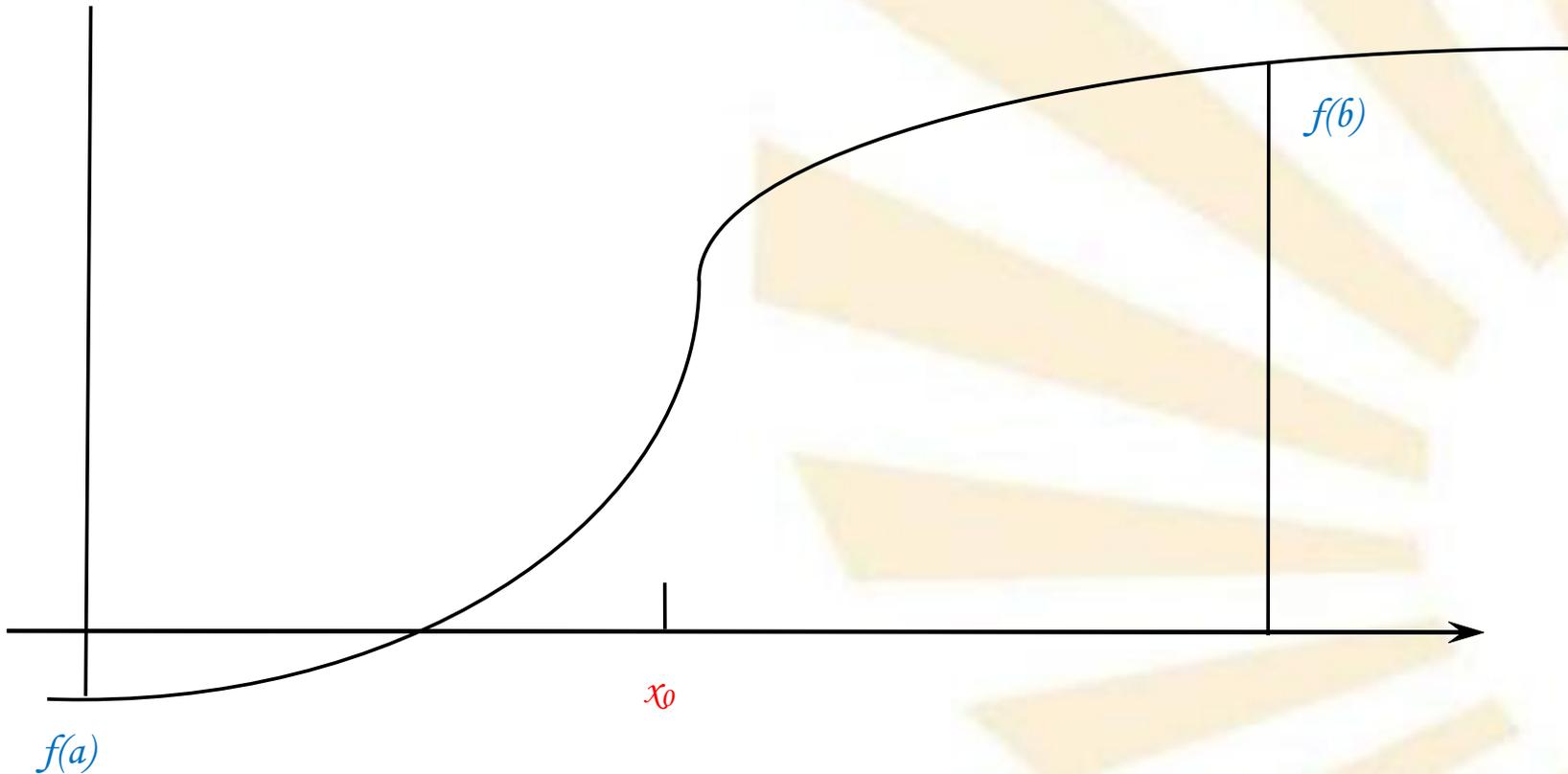
- *Uso de la función genérica para calcular $\text{seno}(\pi/2.0)$*

```
(sumar-serie-paramétrica
  término-seno
  incrementar-uno
  0
  100
  (/ pi 2.0)
)
```

→ 1.00000000000000000002

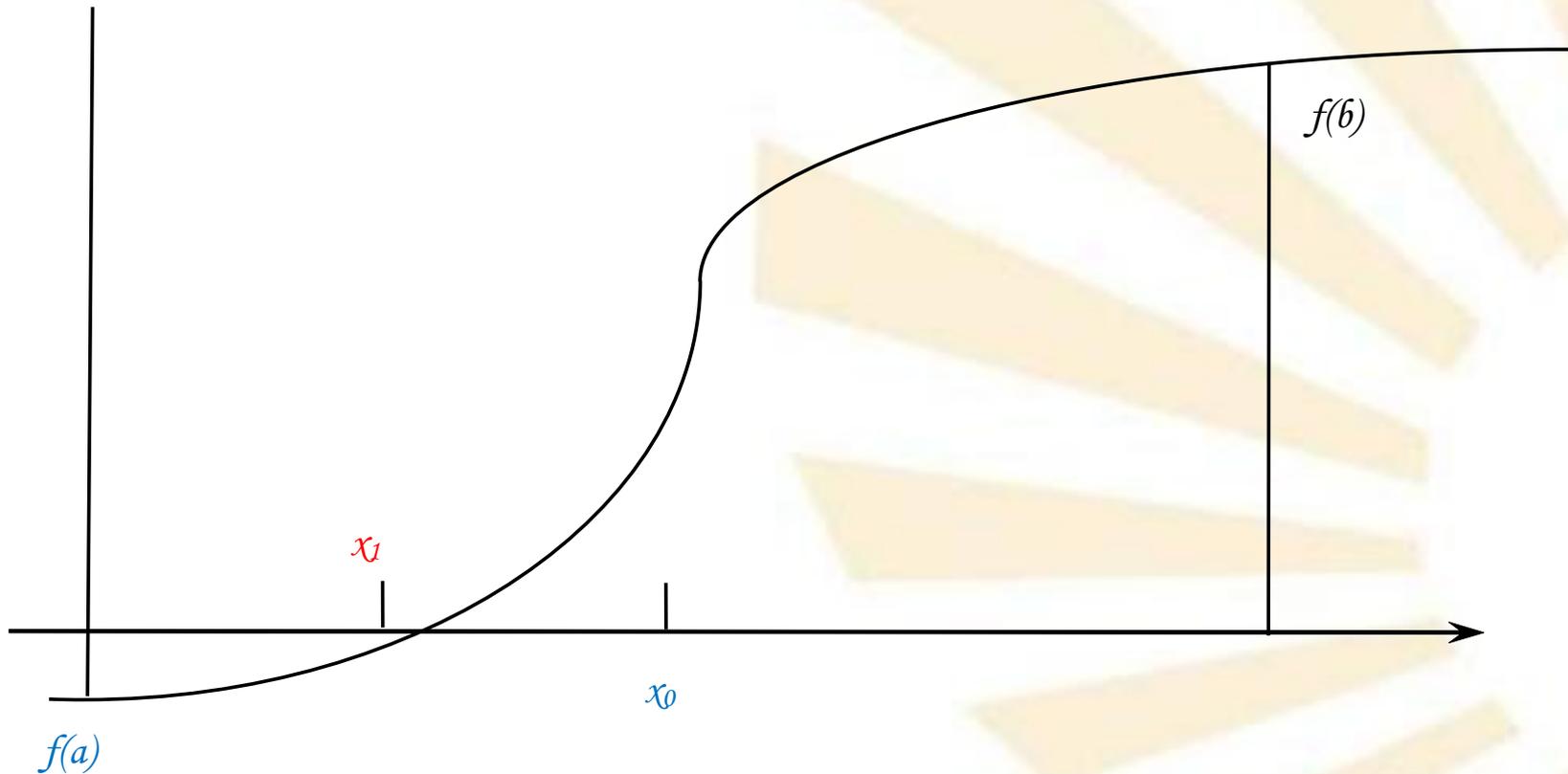
3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: raíz de una función mediante bisección



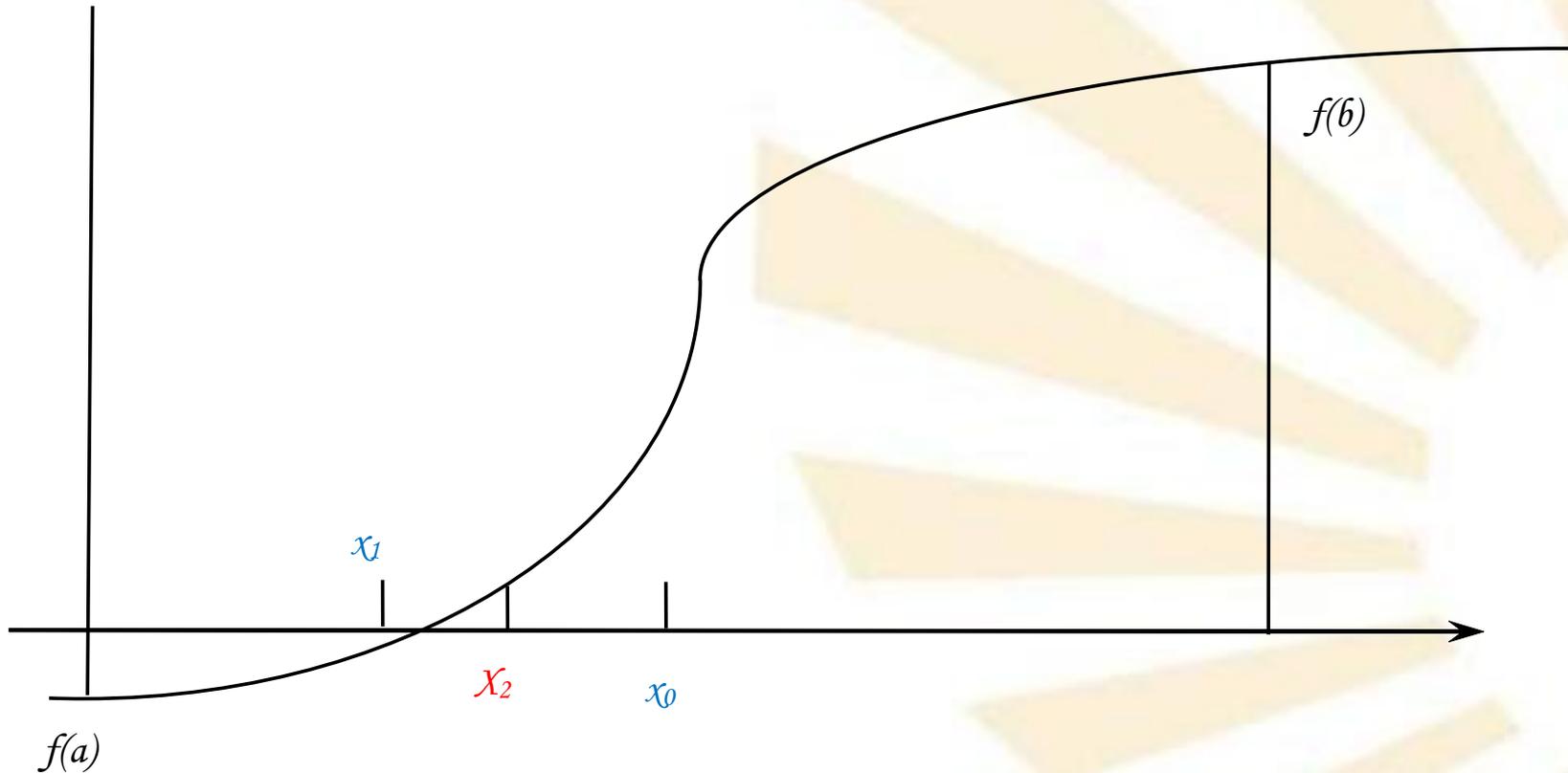
3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: raíz de una función mediante bisección



3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: raíz de una función mediante bisección



3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: raíz de una función mediante bisección
 - Restricción
 - $f(a)$ y $f(b)$ deben tener signos diferentes
$$f(a) \text{ y } f(b) < 0$$
 - Por ejemplo:
 - $f(a) < 0$
 - $f(b) > 0$

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: raíz de una función mediante bisección
 - Funciones auxiliares

```
(define (cercanos? x y)  
  (< (abs (- x y)) 0.001)  
)
```

```
(define (promedio x y)  
  (/ (+ x y) 2.0)  
)
```

- **Ejemplo: raíz de una función mediante bisección**

```
(define (buscar f negativo positivo)
```

```
  (define (cercanos? x y)
```

```
    (< (abs (- x y)) 0.001) )
```

```
  (define (promedio x y)
```

```
    (/ (+ x y) 2.0) )
```

```
  ;; cuerpo de buscar
```

```
  (let      ;; Variable local
```

```
    ((mitad (promedio negativo positivo)))
```

```
    ;; Cuerpo de let
```

```
    (if (cercanos? negativo positivo)
```

```
        mitad
```

```
        (let ;; variable local
```

```
            ((valor (f mitad)))
```

```
            ;; cuerpo del let anidado
```

```
            (cond
```

```
              ((positive? valor) (buscar f negativo mitad))
```

```
              ((negative? valor) (buscar f mitad positivo))
```

```
              (else mitad)
```

```
            )
```

```
          )
```

```
        )
```

```
      )
```

```
    )
```

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: raíz de una función mediante bisección

- Llamada la función “buscar”

```
(define (f x)
```

```
  (- (* x x) 2)
```

```
)
```

```
(buscar f 1 3) → 1.41455078
```

;; Modo alternativo

```
(buscar (lambda (x) (- (* x x) 2)) 1 3)
```

```
→ 1.41455078
```

3. Funciones pasadas como parámetros

- **Ejemplo: raíz de una función mediante bisección**
 - Se va a definir una nueva función denominada *bisección* para controlar el signo de $f(a)$ y $f(b)$

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: raíz de una función mediante bisección

```
(define (bisección f a b)
```

```
  (let (
```

```
    (valor-a (f a))
```

```
    (valor-b (f b))
```

```
  )
```

```
  (cond
```

```
    ( (and (negative? valor-a) (positive? valor-b))
```

```
      (buscar f a b)
```

```
    )
```

```
    ( (and (negative? valor-b) (positive? valor-a) )
```

```
      (buscar f b a)
```

```
    )
```

```
    (else (display "los puntos iniciales tienen el mismo signo"))
```

```
  )
```

```
)
```

```
)
```

3. Funciones pasadas como parámetros

- Ejemplo: raíz de una función mediante bisección

;; Ejemplo de llamada a la función bisección

(bisección sin 2 4) → 3.14111328

Índice

1. Forma especial iterativa “do”
2. Recursión
3. Funciones pasadas como parámetros
4. Funciones devueltas como resultados

4. Funciones devueltas como resultados

- Descripción
- Ejemplos

4. Funciones devueltas como resultados

- **Descripción**

- Se puede devolver una **función** como **resultado** de otra función de dos maneras
 1. Devolviendo el **nombre de una función u operador**
 2. Devolviendo una **función creada con lambda**

4. Funciones devueltas como resultados

- **Ejemplo**

1. Devolviendo el **nombre de una función u operador**

```
(define (elegir opcion f g)  
  (if (even? opcion)  
      f  
      g  
  )  
)
```

4. Funciones devueltas como resultados

- **Ejemplo**

1. Devolviendo el nombre de una función u operador

;; Ejemplos de llamadas a la función devuelta

`((elegir 1 sqrt abs) 9) → 9`

`((elegir 1 * +) 9 2) → 11`

`((elegir 2 (lambda (x) (+ x 1))
 (lambda (x) (* 2 x))
))`

`9
) → 10`

4. Funciones devueltas como resultados

- Ejemplo

2. Devolviendo una **función creada con lambda**

(define (componer f g)

(lambda (x)

(f (g x))

)

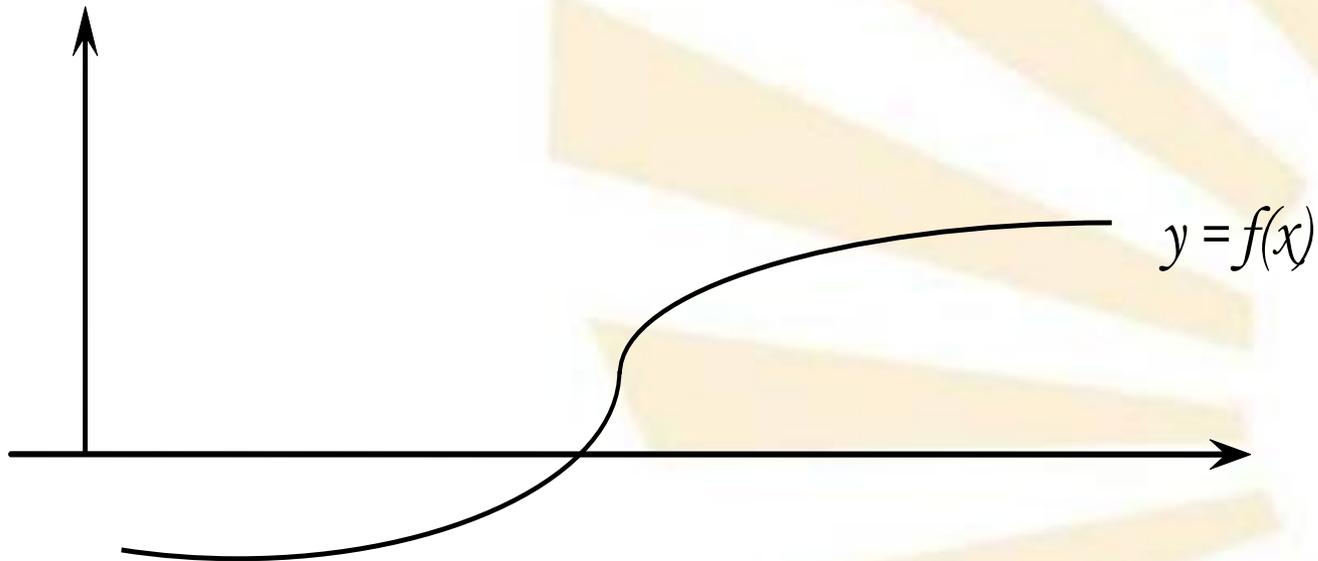
)

;; Llamada a la función devuelta

((componer sqrt sqrt) 81) → 3

4. Funciones devueltas como resultados

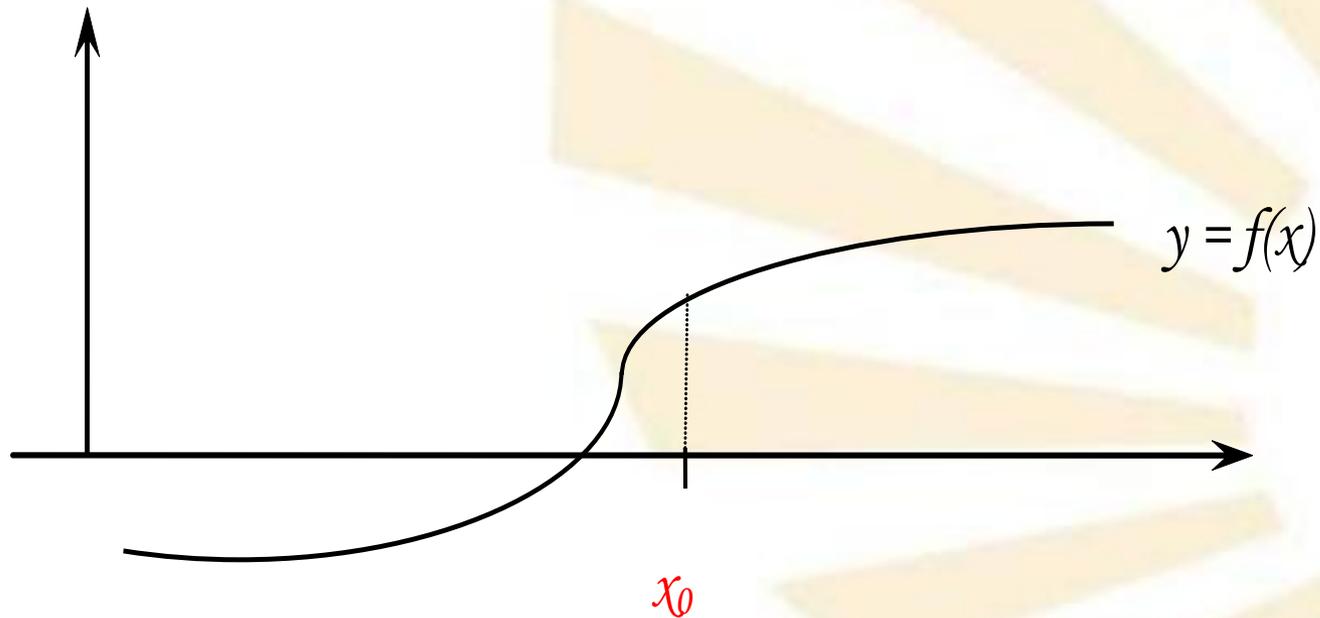
- **Ejemplo**
 - **Método de Newton** para calcular la raíz de cualquier función



4. Funciones devueltas como resultados

- **Ejemplo**

- **Método de Newton** para calcular la raíz de cualquier función



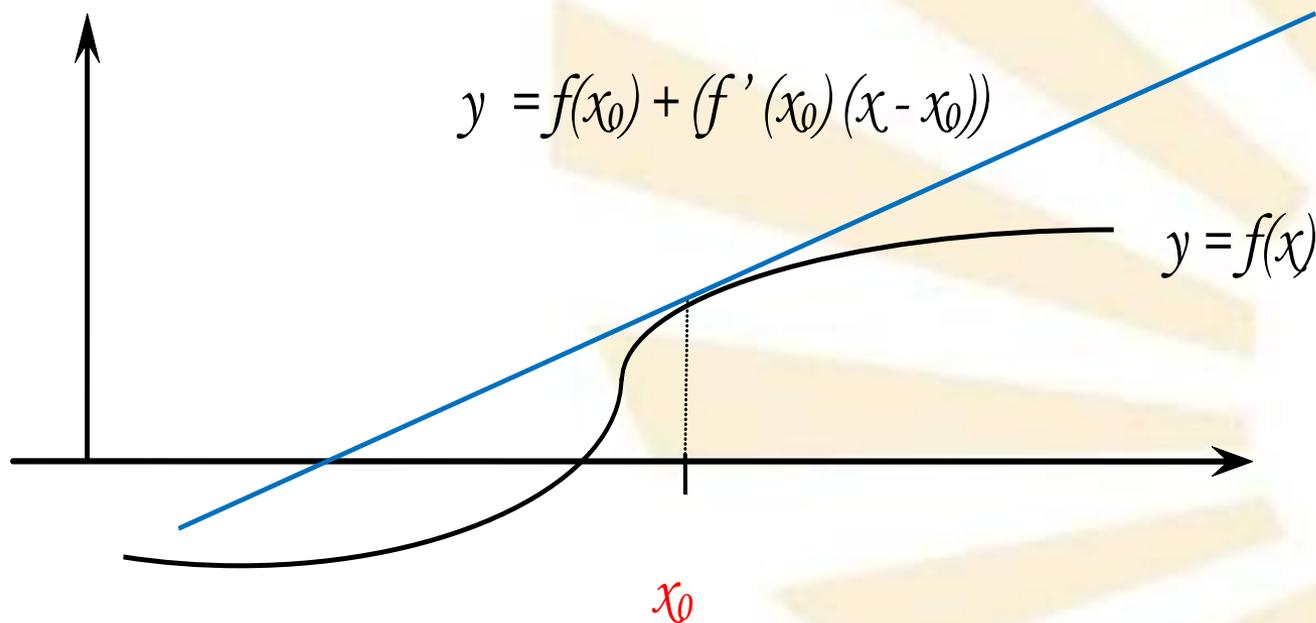
Se elige un punto inicial

4. Funciones devueltas como resultados

- **Ejemplo**

- **Método de Newton** para calcular la raíz de cualquier función

Se traza la recta tangente

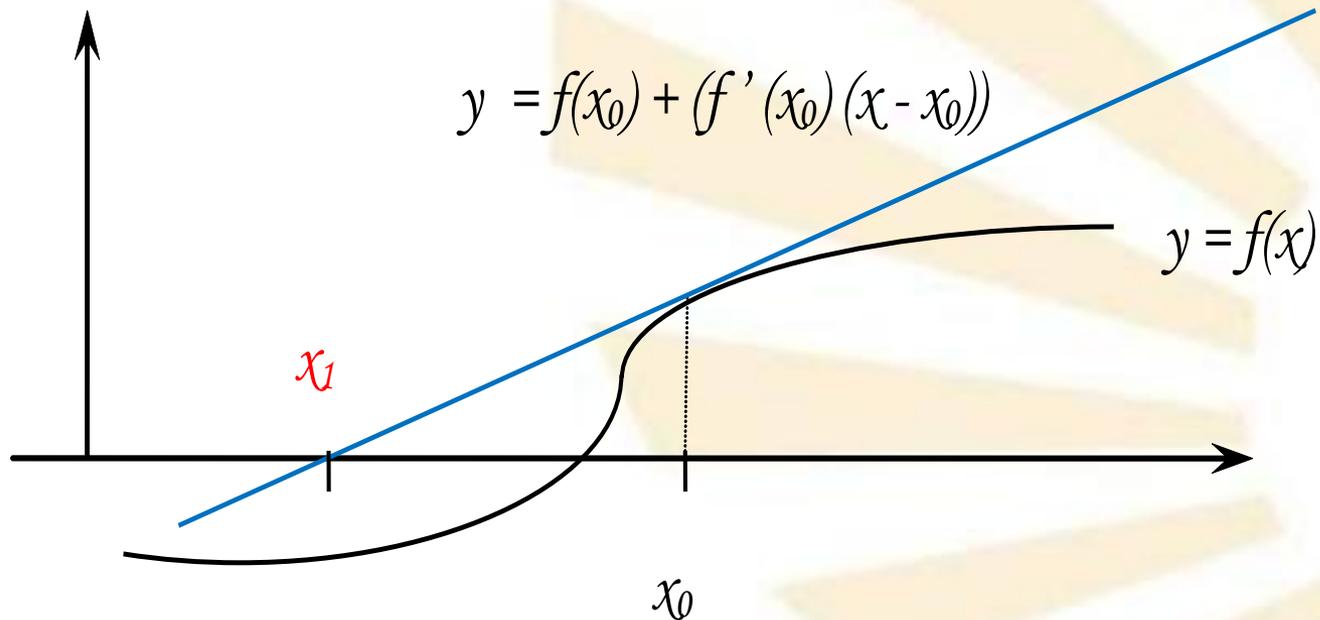


4. Funciones devueltas como resultados

- **Ejemplo**

- **Método de Newton** para calcular la raíz de cualquier función

Se traza la recta tangente



Se obtiene el punto de corte con el eje de abscisas

4. Funciones devueltas como resultados

- Ejemplo

- Método de Newton

- Sea x_0 una **aproximación** inicial a la raíz.
- Si $f(x_0) \neq 0$ entonces se obtiene el siguiente elemento de la sucesión en la intersección de

- Eje de abscisas: $y = 0$

- Recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $(x_0, f(x_0))$

$$y = f(x_0) + f'(x_0) (x - x_0)$$

- El siguiente elemento es $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$

4. Funciones devueltas como resultados

- **Ejemplo**

- **Método de Newton**

- En general, el **término general** de la sucesión es

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

4. Funciones devueltas como resultados

- **Ejemplo:**

- **Método de Newton**

- Aplicación a la función

$$y = f(x) = x^2 - a$$

- cuya solución es $y = \sqrt{a}$

- obtendremos la siguiente sucesión:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = x_n - \frac{x_n^2 - a}{2x_n} = x_n + \frac{a}{x_n}$$

4. Funciones devueltas como resultados

- **Ejemplo:**

- **Método de Newton**

- **Funciones auxiliares:**

- Aproximación a la **derivada** de una función

$$f'(x) = Df(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- Cociente incremental

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

4. Funciones devueltas como resultados

- **Ejemplo:**
 - **Método de Newton**
 - Funciones auxiliares:
 - Aproximación a la **derivada** de una función

```
(define (cociente-incremental f h)  
  (lambda (x)  
    (/  
      (- (f (+ x h)) (f x))  
      h  
    )  
  )  
)
```

4. Funciones devueltas como resultados

- **Ejemplo:**
 - **Método de Newton**
 - Funciones auxiliares:
 - Aproximación a la **derivada** de una función

(define (cubo x) (x x x))*

((cociente-incremental cubo 0.001) 5) → 75.01500100

o

((cociente-incremental (lambda (x) (x x x)) 0.001) 5)
→ 75.01500100*

4. Funciones devueltas como resultados

- **Ejemplo:**
 - **Método de Newton**
 - Funciones auxiliares:
 - Función para comprobar si la **aproximación** a la raíz es buena

```
(define (bueno? x f)  
  (< (abs (f x)) 0.001))
```

4. Funciones devueltas como resultados

- Ejemplo:
 - Método de Newton
 - Funciones auxiliares:
 - Función que obtiene el siguiente elemento de la sucesión

```
(define (siguiente x f)
  (- x
     (/ (f x)
        ((cociente-incremental f 0.001) x)
        )
  )
)
```

4. Funciones devueltas como resultados

- Ejemplo:
 - Método de Newton

```
(define (newton f inicial)  
  (if (bueno? inicial f)  
    inicial  
    (newton f (siguiente inicial f))  
  )  
)
```

```
(newton (lambda (x) (- (* x x) 2)) 1) → 1.41421657
```



UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE CÓRDOBA

DEPARTAMENTO DE
INFORMÁTICA Y ANÁLISIS NUMÉRICO

PROGRAMACIÓN DECLARATIVA

INGENIERÍA INFORMÁTICA

ESPECIALIDAD DE COMPUTACIÓN

CUARTO CURSO

PRIMER CUATRIMESTRE

Tema 4.- Recursión e iteración